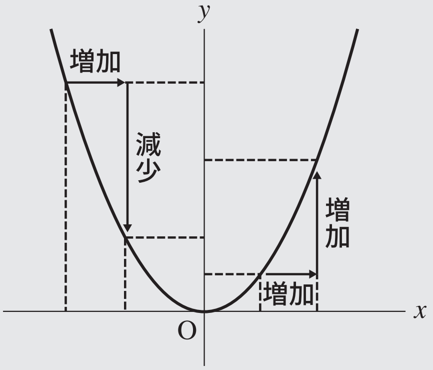
レッスン 4007 関数 $y=ax^2$ の変域

ポイント

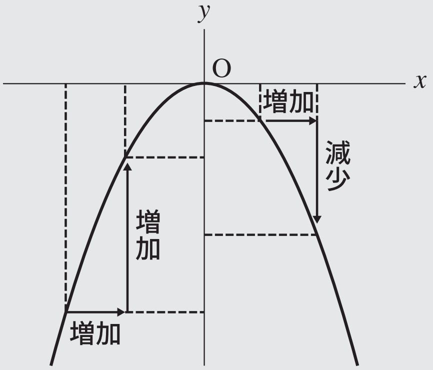
● 関数 $y=ax^2$ において，x の変域に制限があるときは，
関数 $y=ax^2$ のグラフをかいて考えるとよい

● 関数 $y=ax^2$ のグラフと y の値の増減

1 $a>0$ のとき
グラフは x 軸の上側にあり，上に開いている
x の値が増加すると，
・$x \leqq 0$ の範囲では y の値は減少
・$x \geqq 0$ の範囲では y の値は増加



2 $a<0$ のとき
グラフは x 軸の下側にあり，下に開いている
x の値が増加すると，
・$x \leqq 0$ の範囲では y の値は増加
・$x \geqq 0$ の範囲では y の値は減少



問題

関数 $y=\dfrac{1}{2}x^2$ について x の変域が次のとき，y の変域を求めなさい。

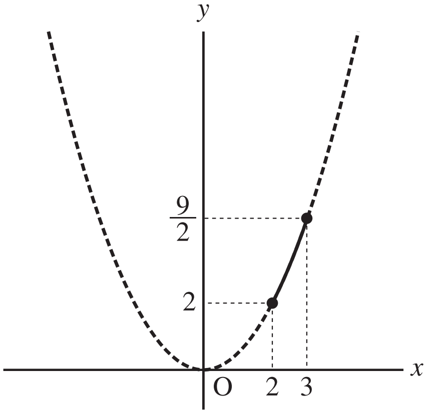
(1) $2 \leqq x \leqq 3$

(2) $-4 \leqq x \leqq -2$

(3) $-2 \leqq x \leqq 4$

解答

(1) グラフは下の図の実線部分になる。

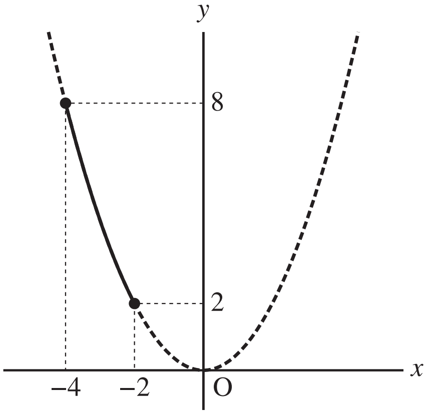


$x=2$ のとき $y=2$,

$x=3$ のとき $y=\dfrac{9}{2}$ だから

$$\boldsymbol{2 \leqq y \leqq \frac{9}{2}}$$ …(答)

(2) グラフは下の図の実線部分になる。

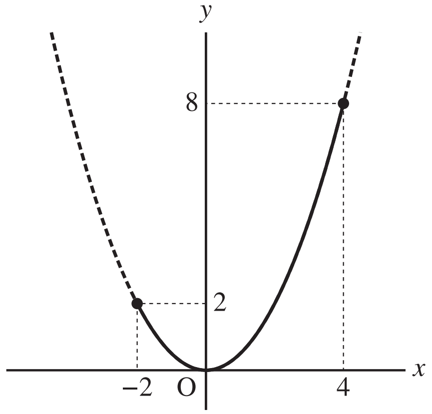


$x=-2$ のとき $y=2$,

$x=-4$ のとき $y=8$ だから

$$\boldsymbol{2 \leqq y \leqq 8}$$ …(答)

⑶ グラフは下の図の実線部分になる。



$x = 0$ のとき $y = 0$,
$x = 4$ のとき $y = 8$ だから
$\boldsymbol{0 \leqq y \leqq 8}$ …(答)

確認テスト　関数 $y = ax^2$ の変域

1 関数 $y = 3x^2$ について，x の変域が次のとき，y の変域を求めなさい。

⑴ $1 \leqq x \leqq 4$

⑵ $-4 \leqq x \leqq 2$

⑶ $-3 \leqq x \leqq -1$

2 関数 $y = -2x^2$ について，x の変域が次のとき，y の変域を求めなさい。

⑴ $1 \leqq x \leqq 3$

⑵ $-5 \leqq x \leqq -1$

⑶ $-3 \leqq x \leqq 2$

レッスン 4008

関数 $y=ax^2$ の変化の割合①

ポイント

- 関数 $y=ax^2$ の変化の割合は一定ではない
  変化の割合は次のように計算できる
  $$(\text{変化の割合})=\frac{(y\text{ の増加量})}{(x\text{ の増加量})}$$

問題

次の問いに答えなさい。

(1) 関数 $y=3x^2$ について，x の値が 2 から 5 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

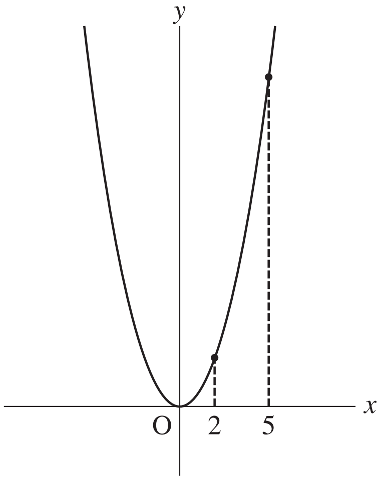
(2) 関数 $y=2x^2$ について，x の値が -1 から 3 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

(3) 関数 $y=-x^2$ について，x の値が -6 から -2 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

解答

(1) $x=2$ のとき
$$y=3\times2^2$$
$$=12$$
$x=5$ のとき
$$y=3\times5^2$$
$$=75$$
したがって，変化の割合は
$$\frac{75-12}{5-2}=\frac{63}{3}$$
$$=\mathbf{21}\quad\cdots(\text{答})$$

(1)



⑵ $x=-1$ のとき

$y=2\times(-1)^2$

$=2$

$x=3$ のとき

$y=2\times3^2$

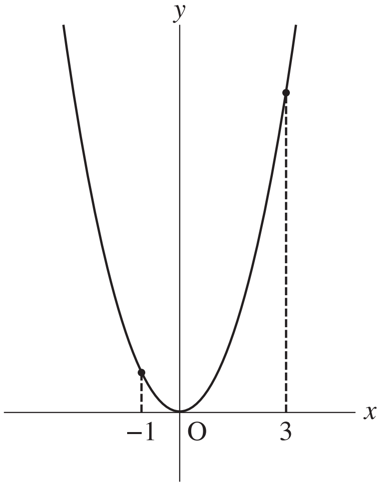
$=18$

したがって，変化の割合は

$$\frac{18-2}{3-(-1)}=\frac{16}{4}$$

$$=\mathbf{4}$$ …（答）

⑵



⑶ $x=-6$ のとき

$y=-1\times(-6)^2$

$=-36$

$x=-2$ のとき

$y=-1\times(-2)^2$

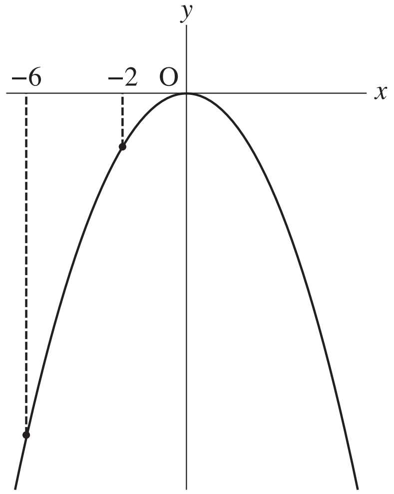
$=-4$

したがって，変化の割合は

$$\frac{-4-(-36)}{-2-(-6)}=\frac{32}{4}$$

$$=\mathbf{8}$$ …（答）

⑶



確認テスト　関数 $y=ax^2$ の変化の割合①

次の問いに答えなさい。

⑴ 関数 $y=2x^2$ について，x の値が 1 から 7 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

⑵ 関数 $y=3x^2$ について，x の値が -4 から -1 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

⑶ 関数 $y=-3x^2$ について，x の値が -5 から 4 まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

関数 $y=ax^2$ の変化の割合②

問題

次の問いに答えなさい。

(1) 関数 $y=ax^2$ で，x が 2 から 3 まで増加するときの変化の割合が 10 であるとき，a の値を求めなさい。

(2) 2 つの関数 $y=ax^2$ と $y=3x+2$ で，x の値が -1 から 7 まで増加するときの変化の割合が等しいとき，a の値を求めなさい。

(3) 関数 $y=-\dfrac{1}{3}x^2$ で，x の値が a から $a+3$ まで増加するときの変化の割合が 5 であるとき，a の値を求めなさい。

解答

(1) $x=2$ のとき

$$y=a\times 2^2$$
$$=4a$$

$x=3$ のとき

$$y=a\times 3^2$$
$$=9a$$

したがって，変化の割合は

$$\frac{9a-4a}{3-2}=5a$$

このときの変化の割合は 10 なので

$$5a=10$$
$$a=\mathbf{2}$$ …(答)

(2) 関数 $y=ax^2$ で，$x=-1$ のとき

$$y=a\times(-1)^2$$
$$=a$$

$x=7$ のとき

$$y=a\times 7^2$$
$$=49a$$

したがって，変化の割合は

$$\frac{49a-a}{7-(-1)}=\frac{48a}{8}$$
$$=6a$$

関数 $y=3x+2$ の変化の割合は 3 で一定なので

$$6a = 3$$
$$a = \mathbf{\frac{1}{2}} \quad \cdots（答）$$

⑶ $x = a$ のとき

$$y = -\frac{1}{3} \times a^2$$
$$= -\frac{a^2}{3}$$

$x = a + 3$ のとき

$$y = -\frac{1}{3} \times (a+3)^2$$
$$= \frac{-a^2 - 6a - 9}{3}$$

よって，y の増加量は

$$\frac{-a^2 - 6a - 9}{3} - \left(-\frac{a^2}{3}\right) = \frac{-6a - 9}{3}$$
$$= -2a - 3$$

したがって，変化の割合は

$$\frac{-2a - 3}{(a+3) - a} = \frac{-2a - 3}{3}$$

このときの変化の割合は 5 なので

$$\frac{-2a - 3}{3} = 5$$
$$-2a - 3 = 15$$
$$-2a = 18$$
$$a = \mathbf{-9} \quad \cdots（答）$$

確認テスト　関数 $y = ax^2$ の変化の割合②

次の問いに答えなさい。

⑴ 関数 $y = ax^2$ で，x が -2 から 5 まで増加するときの変化の割合が 9 であるとき，a の値を求めなさい。

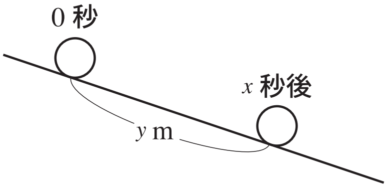
⑵ 2 つの関数 $y = ax^2$ と $y = -4x - 5$ で，x の値が -8 から 2 まで増加するときの変化の割合が等しいとき，a の値を求めなさい。

レッスン 4010

平均の速さ

問題

ある斜面でボールをころがしたとき，ころがりはじめてから x 秒間に進む距離を y m とすると，$y = 3x^2$ という関係がある。次の問いに答えなさい。



(1) ころがりはじめて，1 秒後から 6 秒後までの間に，ボールは何 m 進んだか。

(2) ころがりはじめて，1 秒後から 6 秒後までの間の平均の速さを求めなさい。

(3) ころがりはじめてから 5 秒後までの平均の速さを求めなさい。

ポイント

● 平均の速さは次のように求めることができる

$$(\text{平均の速さ}) = \frac{(\text{進んだ距離})}{(\text{進んだ時間})}$$

解答

(1) $x = 1$ のとき

$$y = 3 \times 1^2$$
$$= 3$$

$x = 6$ のとき

$$y = 3 \times 6^2$$
$$= 108$$

よって，進んだ距離は

$108 - 3 =$ **105（m）** …（答）

(2) 進んだ時間は

$6 - 1 = 5$（秒）

だから，平均の速さは

$$\frac{105}{5} = 21 \text{ (m/s)}$$

よって

秒速 21 m …（答）

(3) $x = 5$ のとき

$$y = 3 \times 5^2$$
$$= 75$$

だから，平均の速さは

$$\frac{75 - 0}{5 - 0} = 15 \ (\mathrm{m/s})$$

よって

秒速 15 m …（答）

確認テスト　平均の速さ

高い場所からボールを落下させるとき，落下しはじめてから x 秒間に落ちる距離を y m とすると，$y = 4.9x^2$ という関係がある。次の問いに答えなさい。

(1) 落下しはじめて，2 秒後から 4 秒後までの間に，ボールは何 m 落ちたか。

(2) 落下しはじめて，2 秒後から 4 秒後までの間の平均の速さを求めなさい。

(3) 落下しはじめてから 3 秒後までの平均の速さを求めなさい。